



# NATIONELL MATEMATIKTÄVLING

EN KURS I SANNOLIKHET ÅRSKURS 



## INLEDNING

Sannolikhetskursen består av sju olika steg där det sista steget utgörs av själva tävlingsmomentet. Det är upp till pedagogen att välja vilka steg han eller hon vill använda eller gå igenom. Man kan välja att endast använda vissa delar eller alla steg, beroende på den tid som finns tillgänglig.

### GENOMGÅNG AV SANNOLIKHETSKURSEN:

- 1 STARTUPPGIFT – INTRODUKTION TILL SANNOLIKHET**  
Del 1 är en Inledning till begreppet sannolikhet. Eleverna får titta på en animerad film till filmen hör ett antal diskussionsfrågor.
- 2 SATSA PENGAR OCH FÖRSTÅELSE FÖR ODDS**  
Del 2 är en elevaktiv uppgift, där eleverna satsar fiktiva pengar. Eleverna ska efter varje omgång räkna ut eventuell vinst eller förlust samt arbeta med procent.
- 3 SANNOLIKHET MED 2 TÄRNINGAR**  
Del 3 är en intro-uppgift till del 7. Här gäller det att räkna ut sannolikheten för att en viss summa av två tärningar visas.
- 4 TRISS-LOTTER, VINST ELLER FÖRLUSTAFFÄR**  
Del 4 låter eleverna med hjälp av trisslotter arbeta med sannolikhet och hur man på ett vanligt sätt kan räkna ut procent och promille.
- 5 SANNOLIKHETEN ATT VINNA PÅ LOTTO**  
Del 5 låter eleverna räkna ut hur stor sannolikheten är att få sju rätt på Lotto. Dessutom får de själva spela Lotto (fiktivt), för att få känna på hur svårt det egentligen är att vinna. I uppgiftens fördjupning introduceras även begreppen oberoende och beroende händelser.
- 6 OBEROENDE OCH BEROENDE HÄNDELSE MED HJÄLP AV ETT MYNT**  
Del 6 låter eleverna fortsätta med oberoende och beroende händelser. Eleverna får förklara de olika begreppen och även rita egna träd-diagram samt arbeta med decimaltal och bråk-tal.
- 7 SKAPA ODDS OCH TA FRAM TÄVLINGSUNDERLAG**  
Del 7 består av själva tävlingsmomentet. Delen inleds med att eleverna själva ska sätta olika odds och fundera över sannolikheten med hjälp av två tärningar. I tävlingsmomentet skapar de en egen redovisning där de ska förklara ett antal olika begrepp och modeller.



Med hjälp av de olika stegen täcks följande centrala innehåll in:

- **Likformig sannolikhet och metoder för att beräkna sannolikheten i vardagliga situationer.**
- **Hur kombinatoriska principer kan användas i enkla vardagliga och matematiska problem.**
- **Tabeller, diagram och grafer samt hur de kan tolkas och användas för att beskriva resultat av egna och andras undersökningar, till exempel med hjälp av digitala verktyg. Hur lägesmått och spridningsmått kan användas för bedömning av resultat vid statistiska undersökningar.**
- **Bedömningar av risker och chanser utifrån statistiskt material.**

FÖLJANDE BEGREPP KOMMER ATT BEHANDLAS I DE OLIKA STEGEN:

Bråkform

Promille

Förkorta/förlänga bråk

Utfall

Decimalform

Oberoende händelser

Bokstaven P

Odds

Procentform

Beroende händelser

Delen/Hela



1

## STARTUPPGIFT – INTRODUKTION TILL SANNOLIKHET

I den här uppgiften får ni bekanta er med begreppet sannolikhet genom att titta på en film.

- Läraren visar följande [film från TEDed](#) och stannar efter 36 sekunder.
- Eleverna ska sedan välja vem de vill vara; spelare 1 eller spelare 2.
- Se klart filmen.

### UPPGIFT UTIFRÅN FILM

Hur skulle det bli om:

- Spelare 1 vann på siffrorna 1, 2 och 3?
- Spelare 2 vann på siffrorna 4, 5 och 6?
- Skulle utfallet ändras jämfört med filmen?

Ja Nej Oförändrat 

Glöm inte att motivera ditt svar med uträkningar och förklaringar. Visa gärna att du behärskar både tabell och bråkräkning (som de visar i filmen).

URL Filmlänk: <http://ed.ted.com/lessons/the-last-banana-a-thought-experiment-in-probability-leonardo-barichello>



## 2

## SATSA PENGAR OCH FÖRSTÅELSE FÖR ODDS

I den här övningen arbetar vi med odds och sannolikhet. Läraren behöver en sexsidig tärning och eleverna nedanstående tabell. Du ska nu satsa på det alternativ (av de som finns i tabellen), som du tror tärningens prickar kommer att visa.

Till exempel:

- Du satsar 10 kronor på utfall 1, det vill säga att tärningen visar en "etta" (1).
- Tärningen kastas. Den visar en etta (en prick)! Du vann!
- Hur mycket vann du? Insatsen multiplicerat med "odds".  
Alltså  $10 \times 6 = 60$  kronor.
- Men hur mycket hade du vunnit om du spelat på "spelbolagets odds"?  
Jo,  $10 \times 5,4 = 54$  kronor.
- Men om du satsar på att tärningen kommer att visa en etta, och tärningen visar en tvåa. Då har du förlorat. Och då fyller du i 10 kronor i kolumnen "Eventuell förlust".

## STEG 1

## ODDS OCH SANNOLIKHET

Förutsättningar:

1. Varje elev har 100 kronor att spela för.
2. Odds =  $1/\text{sannolikhet}$ . Man har alltså räknat ut oddset genom att dividera 1 med sannolikheten.
3. Gå igenom tabellen tillsammans. Spelbolagen har sänkt oddsen med 10 procent, varför tror du de har gjort det?

Utfall	Sannolikhet	Odds	Spelbolagsodds
1	1/6	6	5,4
1 eller 2	1/3	3	2,7
1 till 3	1/2	2	1,8
1 till 4	2/3	1,5	1,35
1 till 5	5/6	1,2	1,08

4. Läraren ansvarar för att slå tärningen.
5. Eleverna satsar på något av ovanstående alternativ (de får högst satsa 10 kronor av sin 100-lapp).
6. Läraren slår.
7. Upprepa 25 gånger.
8. Efter varje slag räknar du ut eventuell vinst och eventuell förlust.



ELEVTAABELL

Omgång	Vilket utfall satsar du på?	Eventuell vinst, enligt "odds"	Eventuell förlust	Eventuell vinst enligt "spelbolags odds"
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				

STEG 2

RÄKNEUPPGIFT

Räkna ut följande:

- Hur mycket vann du enligt det vanliga oddset?
- Hur mycket förlorade du?
- Kunde du vara med i alla 25 omgångar, eller tog pengarna slut?
- Hur mycket har spelbolaget tjänat på dig? På hela klassen?



### 3 SANNOLIKHET MED TVÅ TÄRNINGAR

STEG 1

#### VILKEN SUMMA BLIR DEN MEST FÖREKOMMANDE?

I den här övningen ska du kasta två tärningar. Tabellen läser du av så här: Visar tärning 1 (de gröna fälten) en tvåa (2) sätter du fingret på siffran 2 (grön). Sedan drar du fingret till den kolumnen som tärning nummer 2 visar. Genomför 25 kast och sätt en markering i rätt ruta för varje kast du gör.

Att fundera över: **Vilken summa kommer att bli den mest vanligt förekommande? Hur kan det komma sig att det blir så?**

STEG 2

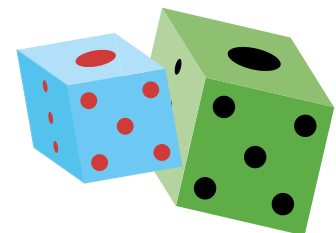
#### BERÄKNA SANNOLIKHETEN FÖR TVÅ OLIKA UTFALL

När man vill ta reda på sannolikheten av ett utfall skriver man följande:  $p(\text{summa } 4)$ , det betyder att man ska ta reda på hur stor sannolikhet det är att få summan 4 när man slår två tärningar.

Din uppgift är nu att beräkna sannolikheterna för:

**P(summa 4).**

**P(summa 7).**



Använd tabellen och svara i enklaste bråkform, förkorta bråken så långt det går.

Tärning 1 (grön) och 2 (blå)	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	7
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

EXEMPEL

Hur stor är sannolikheten att, om man slår två tärningar, får  $p(\text{summa } 5)$ , alltså hur stor är sannolikheten att tärningarna tillsammans (addition) visar summan 5. Hur många 5:or finns det i tabellen här ovan? Jo, fyra stycken. För att:

$$1 + 4 = 5$$

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 2 = 5$$

$$4 + 1 = 5$$



4

## TRISS-LOTTER, VINST ELLER FÖRLUSTAFFÄR?

"Plötsligt händer det" hävdar Triss-reklamen. Nu ska vi ta reda på stor chansen är att vinna på en Trisslott.

TIPS: Den här övningen handlar om ett vanligt sätt att räkna ut procent och promille på, nämligen delen delat med det hela (delen/hela).

Räkneuppgift:

- Av 2 miljoner (2 000 000) Trisslotter är det vinst på 400 000 lotter.  
Hur räknar man ut hur stor sannolikheten är att vinna på triss?
- På två miljoner Trisslotter finns det 380 vinster som är över 1000 kronor.  
Hur stor är då chansen att vinna över 1000 kronor på trisslotter?  
Svara i procent och i promille.
- Hur stor är risken att du inte vinner 1000 kronor eller mer?  
Svara i procent och promille.







5

## SANNOLIKHETEN ATT VINNA PÅ LOTTO

I den här uppgiften ska ni testa att spela Lotto.

I spelet Lotto ska man pricka in 7 av 35 nummer (1-35) för att vinna högsta vinsten. Hur stor är sannolikheten att få sju rätt på Lotto? Använd miniräknare.

TIPS: Kom ihåg att när ett nummer har försvunnit finns det bara 34 siffror kvar och så vidare.

**1:a numret: 7/35**

**2:a numret: 6/34**

**3:e numret: 5/33**

Till läraren: Skriv ut denna spelplan. Klipp den så att du har 35 rektanglar med ett nummer i varje rektangel. Dra ett nummer. Visa klassen vilket nummer du drog. Släng den dragna lappen/numret.

Till eleven: Ringa in sju stycken valfria nummer på spelplanen som du tror kan ge dig vinst. Kryssa sedan över de nummer som läraren drar. Hur många rätt fick du?

LOTTO

Vi testar att spela Lotto. Kryssa för 7 nummer.				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35

Diskutera:

- Vem tjänar mest pengar, spelaren eller spelbolaget? Förklara varför!
- Varför väljer många att spela på Lotto?
- Hur kan spelbolagen erbjuda så hög utdelning för sju rätt?



## OBEROENDE HÄNDELSER

VI ANVÄNDER OSS AV TRÄDDIAGRAM

–Här nedan följer två förklarande exempel på oberoende och beroende händelser.

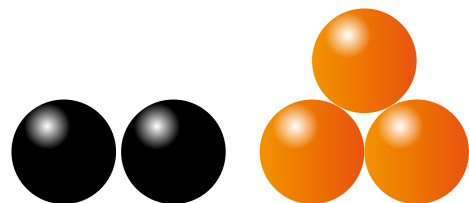
### OBEROENDE HÄNDELSER

Vi använder oss av ett exempel med en urna där det ligger tre kulor med orange färg och två med svart färg. Om vi tänker oss att du nu ska beräkna sannolikheten att plocka två orange kulor i rad om du efter att ha dragit den första kulan lägger tillbaka den igen och sedan drar på nytt. När du plockar en kula och sedan lägger tillbaka den kommer inte sannolikheten att förändras mellan första och andra försöket. Detta innebär att båda händelserna är oberoende av varandra, alltså "oberoende händelser".

UPPGIFT: Hur stor är sannolikheten att vi drar två orange kulor i rad?

Uppgiften kan också tecknas så här:  $P(2 \text{ orange})$ .

Vi gör ett träd-diagram för att lösa uppgiften.



FÖR ATT RÄKNA UT DETTA GÖR VI FÖLJANDE:

$$P(2 \text{ orange}) = P(\text{orange}) \times P(\text{orange}) = 3/5 \times 3/5 = 9/25$$

$$9/25 = 0,36$$

$$0,36 = 36 \%$$

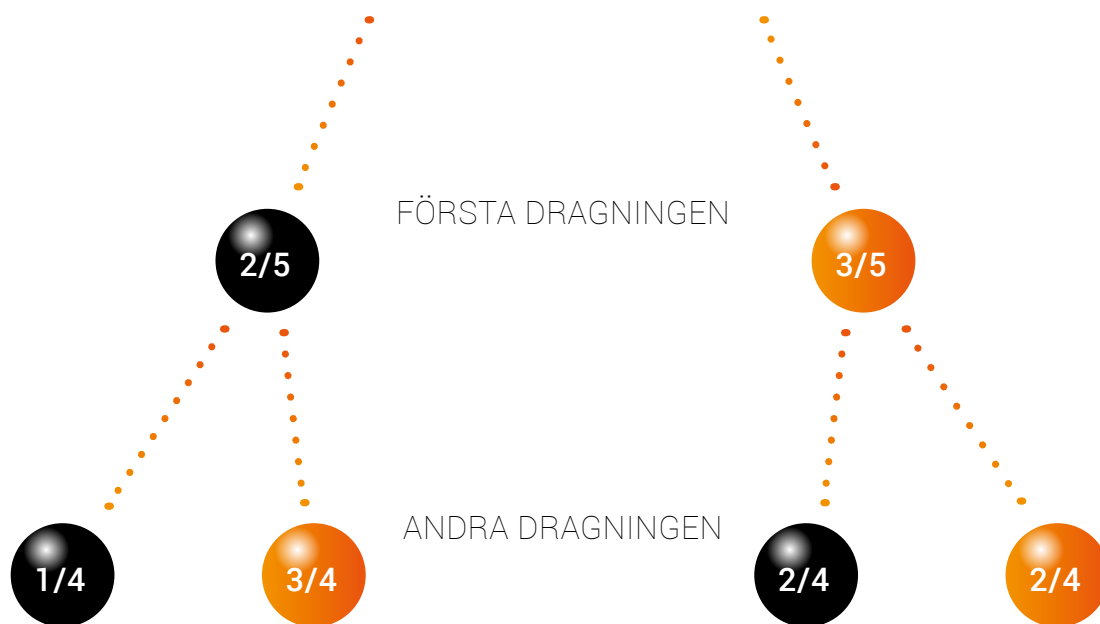
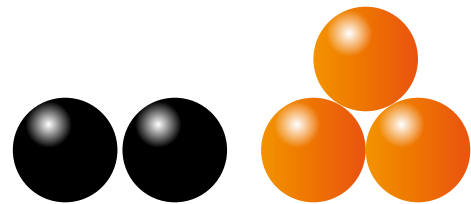


## BEROENDE HÄNDELSE

### BEROENDE HÄNDELSE

Även denna gång ska vi räkna ut sannolikheten för att ta två orange kulor.  $P(2 \text{ orange})$ , men nu ska vi INTE lägga tillbaka den första kulan vi tog. Detta kallas för dragning utan återläggning. Och då kallas det för beroende händelser, eftersom det nu spelar roll vilken kula vi tog första gången.

UPPGIFT:  $P(2 \text{ orange})$



SVAR:  $P(2 \text{ orange}) = P(\text{orange}) \times P(\text{orange})$   
 $3/5 \times 2/4 = 6/20$   
 $6/20 = 3/10$   
 $3/10 = 30 \%$



6

## OBEROENDE OCH BEROENDE HÄNDELSE MED HJÄLP AV ETT MYNT

Nu har du läst om **beroende- och oberoende händelser** och **träddiagram**. I den här uppgiften ska du använda dig av de kunskaperna.

UPPGIFT:

När man kastar ett mynt kan det bli antingen krona eller klave.

Du kastar myntet två gånger.

- Är händelserna oberoende eller beroende av varandra?
- Rita ett träddiagram och skriv dit de olika sannolikheterna som decimaltal och som bråktal.
- Hur stor är sannolikheten att det blir krona två gånger i rad?
- Kasta myntet två gånger. Hur stor är sannolikheten att det första kastet visar krona, och det andra kastet klave?





7

## SKAPA ODDS OCH TA FRAM TÄVLINGSUNDERLAG

Den här uppgiften är uppdelad i två delar. I del 1 ska du skapa odds och ta reda på sannolikheten för de olika summorna för två tärningar. I del 2 ska du skapa en redovisning av hur du/ni har tänkt.

STEG 1

### SANNOLIKHET MED HJÄLP AV TVÅ TÄRNINGAR

ARBETA I PAR ELLER I GRUPPER OM TRE

Nu är det dags att spela ett spel med två tärningar. Men nu är det NI som sätter oddsen och sannolikheten.

SANNOLIKHET: Skriv i bråkform (använd tabellen nedan).

ODDS: 1 - 100. Här kan ni sätta odds för varje summa. Hur troligt är det att få summan 1 med två tärningar? Den sannolikheten är obefintlig, och därför bör oddset bli 100 på summan 1.

SPELBOLAGSODDS: Tänk dig att du driver ett spelbolag, och ska sätta ett odds på varje utfall. Du ska tjäna pengar, men samtidigt se till att folk vill spela. Hur skulle du sätta dessa odds?

Utfall (summan av två tärningar)	Sannolikhet	Odds	Era odds
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			



## STEG 2

## SKAPA EGEN REDOVISNING

Ni ska nu skapa en redovisning (film, digital presentation) där ni/gruppen:

- Förklara varför ni har satt de oddsen ni har satt.
- Berätta vilka siffror som kommer att vara mest förekommande och varför de är mest förekommande.
- Berätta hur man omvandlar från decimalform till procentform.
- Berätta hur man förkortar ett tal i bråkform.
- Berätta varför alltid spelbolagen vinner i längden.

Inkludera även den ifyllda tabellen ovan (under del 7) i tävlingsbidraget som ni skickar in enligt instruktionerna som ni finner i tävlingsinformationen.

## MÅLGRUPP FÖR ER PRESENTATION

Tänk er att målgruppen för er presentation är någon från årskurs fem eller sex (och uppåt). Det är viktigt att en elev i årskurs fem eller sex kan förstå er presentation. Hämta gärna inspiration från filmen som ingår i del 1.

